

SPIS TREŚCI

Przedmowa / 7

Wstęp / 9

- 1. Linie wpływu w układach prętowych statycznie wyznaczalnych / 11**
 - 1.1. Wyznaczanie linii wpływu reakcji i sił przekrojowych w belkach / 11**
 - 1.2. Wyznaczanie linii wpływu reakcji i sił przekrojowych w łukach trójprzegubowych / 25**
 - 1.3. Wyznaczanie linii wpływu sił w prętach kratownic / 39**
 - 1.4. Linie wpływu przemieszczeń w belkach / 47**
- 2. Obliczanie przemieszczeń w układach prętowych statycznie wyznaczalnych / 51**
 - 2.1. Przemieszczenia w belkach i ramach / 51**
 - 2.2. Przemieszczenia w kratownicach / 61**
 - 2.3. Przemieszczenia w belkach o osi zakrzywionej / 64**
- 3. Rozwiązywanie statycznie niewyznaczalnych układów prętowych metodą sił / 73**
 - 3.1. Ramy / 73**
 - 3.2. Linie wpływu wielkości statycznych w belkach / 96**
 - 3.3. Łuki / 114**
 - 3.4. Linie wpływu w łukach / 147**
- 4. Rozwiązywanie układów prętowych metodą przemieszczeń / 164**
 - 4.1. Wzory transformacyjne / 164**
 - 4.2. Ramy płaskie i belki / 167**
 - 4.3. Linie wpływu wielkości statycznych w belkach / 203**
- 5. Stateczność sprężysta układów prętowych / 214**
 - 5.1. Wyznaczanie sił krytycznych w belkach / 214**
 - 5.2. Stateczność początkowa ram płaskich / 221**
- 6. Statyka prętów prostych z uwzględnieniem działania sił osiowych / 233**
- 7. Dynamika układów prętowych / 246**
 - 7.1. Drgania harmoniczne belek i ram o dyskretnym rozkładzie masy / 246**
 - 7.2. Drgania harmoniczne belek o ciągłym rozkładzie masy / 269**
- 8. Podsumowanie części 1 – 7 na podstawie zadania przeglądowego / 277**

9. Statyka układów prętowych w ujęciu macierzowym / 299**9.1. Macierz sztywności prętowego elementu kratowego / 299****9.2. Macierz sztywności elementu belkowego / 303****9.3. Macierz sztywności elementu ramowego / 321****9.4. Macierz transformacji / 327****9.5. Macierz sztywności elementu kratownicy / 331****9.6. Statyka prętów poddanych działaniu siły osiowej / 333****9.7. Statyka belek / 341****9.8. Statyka kratownic / 358****9.9. Statyka ram / 380****Bibliografia / 403**

PRZEDMOWA

Podręcznik przeznaczony jest głównie dla studentów kierunku *budownictwo* studiujących w trybie stacjonarnym lub zaocznym studiów I stopnia (inżynierskich). Może być również wykorzystany przez studentów *architektury*, *inżynierii środowiska* i pokrewnych wydziałów wyższych uczelni technicznych i zawodowych oraz studentów wyżej wymienionych kierunków studiów II stopnia (magisterskich).

Treść podręcznika zawiera materiał uzupełniający zakres wiadomości przekazywanych na wykładach i ćwiczeniach przedmiotu *mechanika budowli* objętych programem studiów. Przedstawione zadania mogą być również wykorzystane przez inżynierów budownictwa, którzy w swej praktyce zawodowej zajmują się projektowaniem konstrukcji. Dotyczą one statyki, dynamiki i stateczności statycznie wyznaczalnych i niewyznaczalnych płaskich układów prętowych.

Zakładamy, że Czytelnicy są przygotowani do analizy zadań zawartych w niniejszym opracowaniu. Oznacza to, że znają odpowiednie pojęcia, twierdzenia i definicje wykorzystywane w przykładach obliczeń. Przytaczane są one w rozwiązaniach bez wyjaśnień, ponieważ podstawy teoretyczne są przedmiotem wykładów i ćwiczeń *mechaniki teoretycznej i stosowanej*, *wytrzymałości materiałów* i *mechaniki budowli*.

Zbiór zadań składa się z dziewięciu zasadniczych rozdziałów. Pierwszy zawiera wyznaczanie linii wpływu reakcji i sił przekrojowych w belkach, kratownicach i łukach trójp przegubowych statycznie wyznaczalnych. Omówiono w nim również wyznaczanie linii wpływu przemieszczeń w belkach prostych.

W rozdziale drugim zebrano zadania dotyczące obliczania przemieszczeń w belkach, ramach, kratownicach i łukach statycznie wyznaczalnych z zastosowaniem równania pracy wirtualnej. W obliczeniach przemieszczeń przedstawiono rozwiązania w postaci analitycznej.

Trzeci rozdział to przykłady obliczeń układów prętowych metodą sił. Zadania dotyczą belek, ram i łuków statycznie niewyznaczalnych. Przedstawiono w nim również wyznaczanie linii wpływu wielkości statycznych belki ciągłej.

Czwarty rozdział poświęcony jest rozwiązywaniu ram płaskich metodą przemieszczeń.

W rozdziale piątym zadania poświęcono wyznaczaniu sił krytycznych w belkach i ramach. Do prezentowanych obliczeń zastosowano metodę przemieszczeń.

W rozdziale szóstym zaprezentowano zadania dotyczące analizy zginania prętów z uwzględnieniem działania sił osiowych.

W rozdziale siódmym przedstawiono zadania z dynamiki prostych układów prętowych. Dotyczą one drgań własnych, nietłumionych i harmonicznie wymuszonych układów o dyskretnym rozkładzie masy. Część rozdziału poświęcono wyznaczeniu częstości drgań własnych i wzorów transformacyjnych dla belek o wybranych schematach statycznych.

Rozdział ósmy stanowi podsumowanie treści zawartych w rozdziałach poprzednich.

Rozdział dziewiąty poświęcony jest w całości analizie konstrukcji prętowych: prętów prostych, belek i ram w ujęciu macierzowym. W rozdziale tym zawarte są podstawy numerycznej analizy konstrukcji.

Rozdział pierwszy poprzedzony jest krótkim wstępem. Zawiera on przypomnienie podstawowych założeń i twierdzeń, z których korzysta się w rozwiązywaniu zadań przytoczonych w skrypcie.

Ostatnią częścią skryptu jest spis wybranych pozycji bibliograficznych związanych z tematyką prezentowanych treści.

W większości przykładów obliczeń nie przedstawiono opisu użytych symboli, zakładając, że są one Czytelnikom znane. Dotyczy to powszechnie stosowanych oznaczeń charakteryzujących parametry przekrojów prętów (moment bezwładności J , moment statyczny S , pole powierzchni A) czy stałych materiałowych, jak na przykład moduł Younga E , moduł Kirchhoffa G , współczynnik Poissona ν . Wymiary konstrukcji podane są w *metrach*. Standardowe równania równowagi zapisywano, używając powszechnie stosowanych symboli, takich jak ΣX i ΣY (sumy rzutów sił na osie współrzędnych) czy ΣM (suma momentów statycznych sił).

Autorzy

Wstęp

Poniżej zestawione zostały podstawowe założenia i twierdzenia, z których korzysta się w rozwiązywaniu zadań z mechaniki budowli.

- Konstrukcje prętowe wykonane są z materiału jednorodnego i izotropowego. Obciążenie rozważanych układów nie powoduje przekroczenia granicy sprężystości. Zależność między przemieszczeniami a obciążeniami jest liniowa. Obowiązuje prawo Hooke'a. Cechy fizyczne materiału jednoznacznie określają dwie stałe. Najczęściej są to: moduł Younga E (moduł sprężystości) lub moduł Kirchhoffa G (moduł odkształcenia postaciowego) oraz współczynnik Poissona ν .
- Analizowane układy są geometrycznie niezmiennie, dla których wypadkowy wektor wszystkich sił czynnych (obciążenia konstrukcji) i sił biernych (reakcje w więzach podporowych konstrukcji) oraz wektor momentów wszystkich sił są wektorami zerowymi.
- Obciążenia konstrukcji przyłożone są w sposób powolny i równomiernie narastający. Wywołane przez nie przemieszczenia są małe w porównaniu z wymiarami konstrukcji.
- Więzy, na których opierają się układy konstrukcyjne są idealne. Pomija się w nich luzy i tarcie.
- Obowiązuje *zasada superpozycji skutków*: skutek (np. przemieszczenie) wywołany przez kilka przyczyn (np. jednoczesne działanie kilku sił) jest równy sumie skutków wywołanych przez działanie każdej przyczyny oddzielnie.
- Równania równowagi zapisuje się dla obciążonej siłami uogólnionymi przed wystąpieniem przemieszczeń. Założenie to nosi nazwę *zasady zesztynienia*.
- W analizie stateczności konstrukcji stosuje się tak zwaną teorię drugiego rzędu, w której równania równowagi formułowane są w stanie odkształconym konstrukcji. Jest to odstępstwo od *zasady zesztynienia*.
- W obu powyższych przypadkach schemat statyczny układu nie zależy od obciążenia konstrukcji.

- Obowiązuje zasada o wzajemności prac (twierdzenie Bettiego) oraz trzy zasady, będące jej konsekwencją:
 - zasada o wzajemności przemieszczeń (twierdzenie Maxwella)
 - zasada o wzajemności reakcji (twierdzenie Rayleigha)
 - zasada o wzajemności reakcji i przemieszczeń
- Przyjmuje się, że również w prętach zakrzywionych i łukach spełniona jest zasada płaskich przekrojów Bernoulliego, która obowiązuje w prętach prostych: przekroje prętów pozostają płaskie po obciążeniu. Doznają one przemieszczeń liniowych i obrotów jak tarcze sztywne.